

Laboratorium 1
Podstawy pomiaru wielkości elektrycznych
Analiza niepewności pomiarowych

Marcin Polkowski (251328)

1 marca 2007 r.

Spis treści

1	Cel ćwiczenia	2
2	Techniczny i matematyczny aspekt ćwiczenia	2
3	Pomiary	3
4	Wnioski	5
5	Bibliografia	5
6	Załącznik 1	6
7	Załącznik 2	7

1 Cel ćwiczenia

Celem wykonanego doświadczenia był pomiar oporności grupy stu oporników elektrycznych o zadeklarowanej rezystancji $R = 10k\Omega$

2 Techniczny i matematyczny aspekt ćwiczenia

Pomiar został dokonany za pomocą dzielnika napięcia zbudowanego z opornika wzorcowego o znanej rezystancji (zmierzonej za pomocą miernika uniwersalnego Brymen 805) wynoszącej $R_{ref} = 5,12 \pm 0,07k\Omega$ oraz opornika o poszukiwanej rezystancji R_x .

Dzielnik był zasilany z zasilacza stałym napięciem $U_{we} = 10,00 \pm 0,08V$

Schemat elektryczny dzielnika przedstawiono na rysunku 1.

Dla każdego opornika dołączanego do układu zmierzone zostało (za pomocą miernika uniwersalnego Brymen 805) napięcie wyjściowe U_{wy} .

W ćwiczeniu pominięta została rezystancja wyjściowa zasilacza, gdyż mierzoną wartością był spadek napięcia na oporniku. Wartość mierzonej rezystancji opornika (około $10k\Omega$) była na tyle duża w stosunku do rezystancji wejściowej woltomierza, że tę drugą można pominąć.

W ćwiczeniu zostały pominięte również inne czynniki mogące mieć minimalny wpływ na mierzone wartości:

- Temperatura powietrza
- Rezystancja kabli i ścieżek na płytce
- Rezystancja styków łączących badany opornik z układem

Wpływ tych czynników można było pominąć, ze względu na ich minimalne w stosunku do dokładności przyrządów znaczenie.

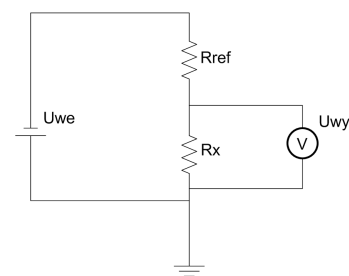
Wszystkie pomiary zostały wykonane w zbliżonych warunkach otoczenia. Rezystancja opornika została wyznaczona na podstawie pomiarów napięć na dwóch (lub jednym) elementach biernych, co umożliwiło zaniechanie rezystancji przewodów zasilających układ. Do podłączenia miernika uniwersalnego wykorzystano przeznaczone do tego przewody o niskiej rezystancji i możliwie małej długości.

Zmierzone wartości R_{ref} i u_{wy} oraz znana wartość U_{we} posłużyły do wyznaczenia mierzonej rezystancji opornika R_x z równania:

$$u_{wy} = \frac{R_x}{R_{ref} + R_x} \quad (1)$$

Po przekształceniu równania (1) otrzymujemy wzór na wartość rezystancji R_x

$$R_x = \frac{U_{wy} R_{ref}}{U_{we} - U_{wy}} \quad (2)$$



Rysunek 1: Schemat układu

3 Pomiary

Załącznik numer 1 do niniejszej pracy stanowi oryginalna lista pomiarów zebranych podczas laboratorium. Załącznik numer 2 stanowi pełna lista pomiarów wraz z obliczonymi niepewnościami mierzonych wartości oraz obliczonymi na podstawie zebranych pomiarów rezystancjami oporników wraz z niepewnościami.

Niepewności pomiarów U_{we} , U_{wy} oraz R_{ref} zostały obliczone na podstawie tabel niepewności pomiarów właściwej dla przyrządu - miernika uniwersalnego Bryman 805.

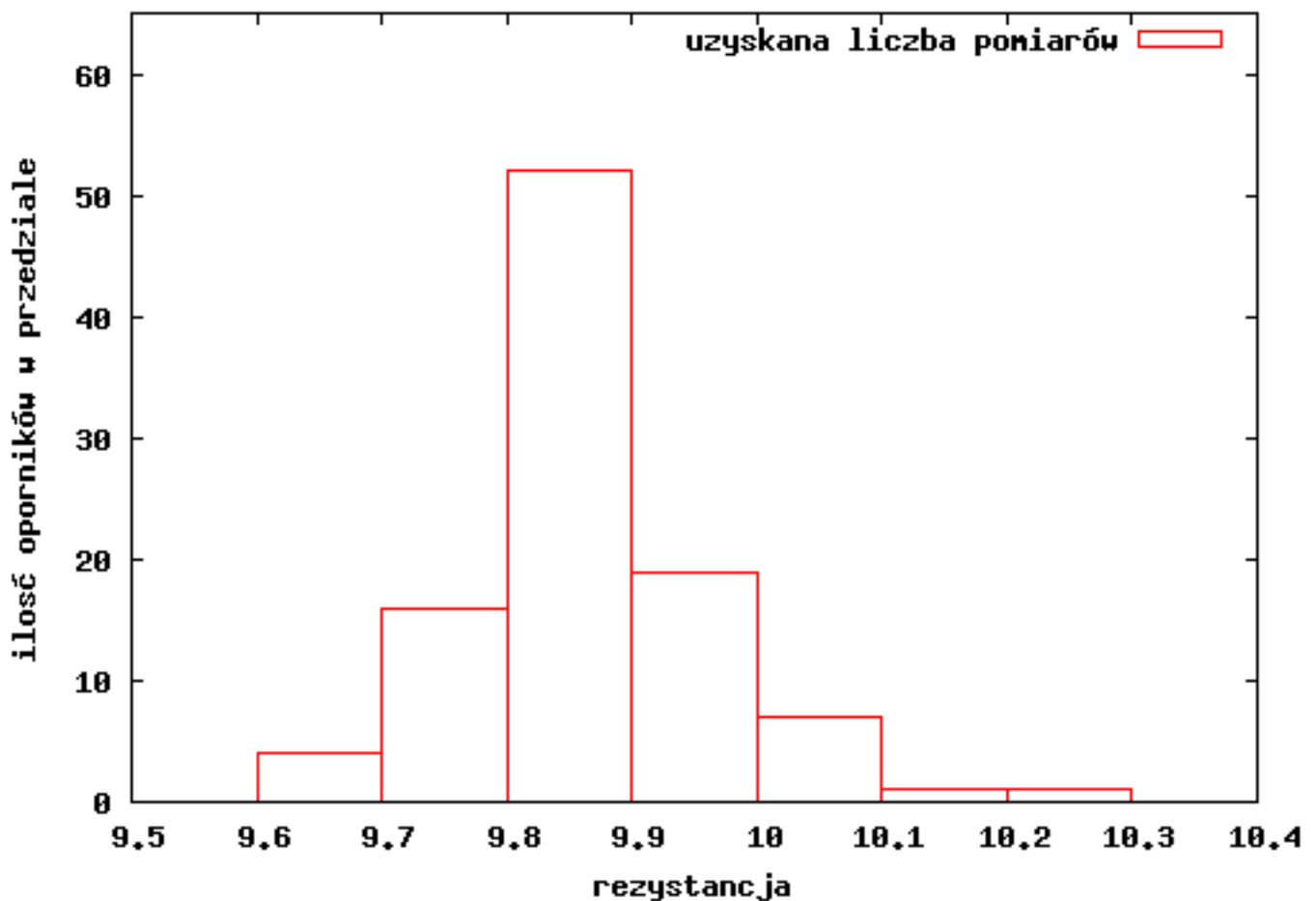
Wartość rezystancji R_x pojedynczego opornika została wyznaczona na podstawie wzoru (2). Niepewność tej wartości została wyznaczona zgodnie z zasadą propagacji małych błędów¹.

Średnia wartość oporu R_x wynosi:

$$\bar{R}_x = 9,87 \pm 0,01k\Omega \quad (3)$$

Otrzymano zestaw 100 ocen mierzonej wartości. Rozkład pomiarów przedstawiony na histogramie wygląda następująco:

Rozkład pomiarów rezystancji z naniesionym znorn. rozkładem normalnym



Wartości średniej i odchylenia standardowego serii 100 pomiarów rezystancji wynoszą odpowiednio:

$$\mu = 9,87 \pm 0,01k\Omega \quad (4)$$

$$\sigma = 0,1069 \quad (5)$$

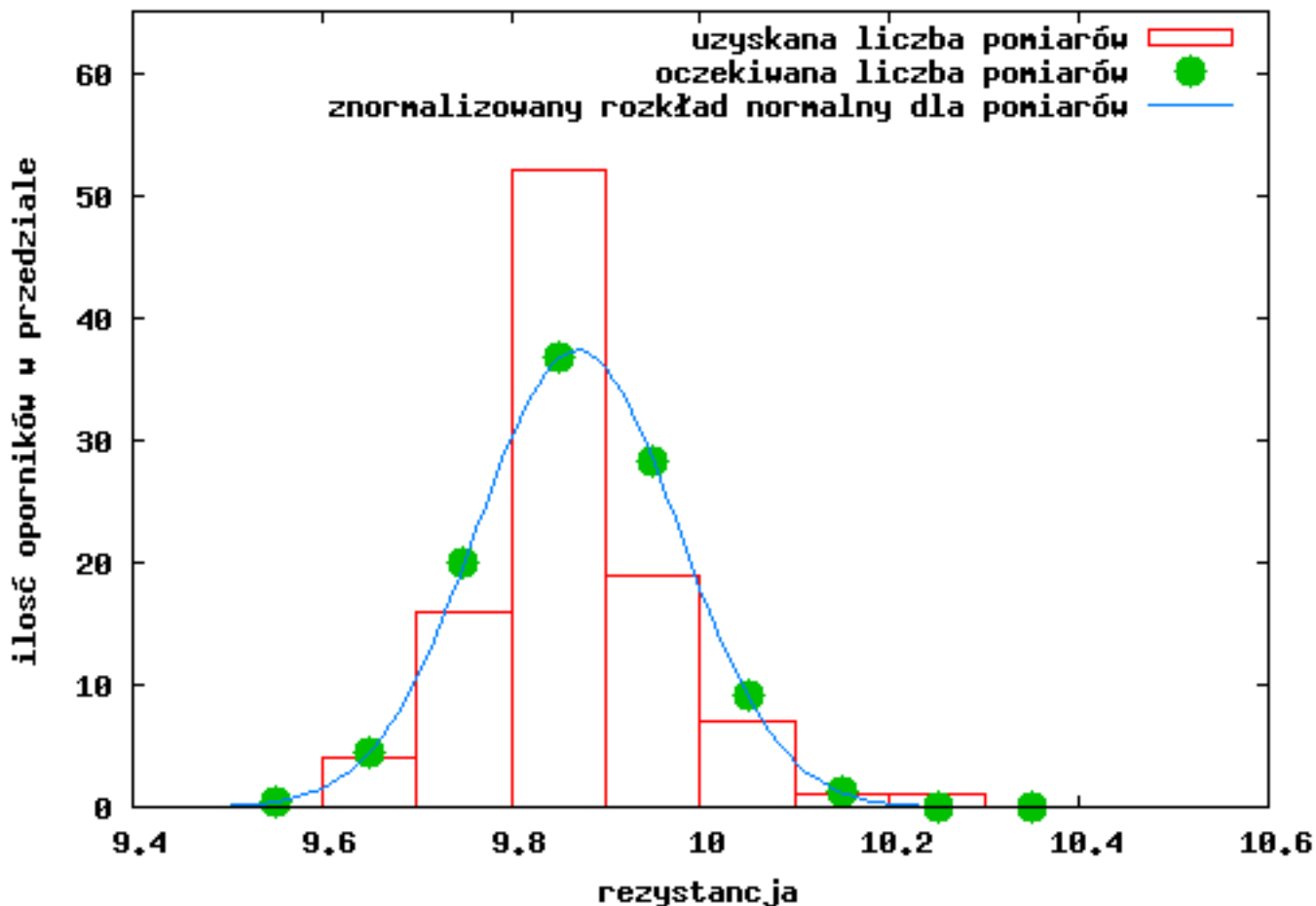
Powyższe dwie wartości pozwalają wyznaczyć rozkład normalny (Gaussa) grupy pomiarów rezystancji:

$$N_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (6)$$

¹John R. Tylor, *Wstęp do analizy błędów pomiarowych*, strona 87

Powyższy rozkład można (po znormalizowaniu) nanieść na histogram:

Rozkład pomiarów rezystancji z naniesionym znorm. rozkładem normalnym



Na powyższym histogramie oprócz rozkładu danych widać znormalizowany rozkład normalny oraz oczekiwaną liczbę pomiarów w danym przedziale (oznaczone kropką). Poniższa tabela przedstawia ilości uzyskanych i oczekiwanych pomiarów w tabelach:

Przedział (k)	Uzyskane (O_k)	Oczekiwane (E_k)
9,5 – 9,6	0	0,4
9,6 – 9,7	4	4,5
9,7 – 9,8	16	19,9
9,8 – 9,9	52	36,7
9,9 – 10	19	28,2
10 – 10,1	7	9
10,1 – 10,2	1	1,2
10,2 – 10,3	1	0,07

Powyższe dane (liczba pomiarów uzyskanych oraz liczba pomiarów oczekiwanych w danym przedziale) posłużą do stwierdzenia za pomocą "testu χ^2 "² czy dane podlegają wyliczonemu rozkładowi:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} = 23,49 \quad (7)$$

Zgodnie z regułą testu χ^2 dane uznajemy za niezgodne z rozkładem gdy $\chi^2 > n$, gdzie n jest liczbą stopni swobody, czyli liczbą przedziałów histogramowania pomniejszoną o liczbę więzów. W badanym przypadku $n = 8 - 3 = 5$, więc:

$$\chi^2 > n \quad (8)$$

²John R. Tylor, *Wstęp do analizy błędów pomiarowych*, strona 248

zatem rozkład danych należy uznać za niezgodny ze znormalizowanym rozkładem normalnym (Gaussa). Prawdopodobieństwo zgodności rozkładu z uzyskanymi pomiarami wynosi bowiem poniżej 0,1%.

Należy jednak pamiętać, że dane w rozkładzie są obarczone dużą niepewnością. Średnia arytmetyczna dyspersji pomiarów wynosi $\overline{\sigma_R} = 0,30k\Omega$. Oznacza to że 99 ze 100 pomiarów znajduje się w zakresie $(\overline{R_x} - \overline{\sigma_R}, \overline{R_x} + \overline{\sigma_R})$. Wynika z tego, że rozrzut zmierzonych wartości R_x jest bardzo mały w stosunku do niepewności tych pomiarów.

4 Wnioski

Pomiar serii 100 oporników wykazał, że ich rezystancja jest zgodna z podawanymi przez producenta wartościami (producent zadeklarował, że oporniki mają rezystancję $R = 10k\Omega$).

Próba dopasowania rozkładu normalnego do rozkładu uzyskanych pomiarów zakończyła się niepowodzeniem, gdyż pomiary były bardziej skupione wokół średniej rezystancji niż przewidywał to rozkład normalny (Gaussa). Zwiększenie ilości oporników w doświadczeniu nie zmieniłoby tej sytuacji (o ile byłyby to oporniki takiej samej jakości).

Pomiar każdej ze 100 rezystancji obarczony był dużą niepewnością (oscylującą w okolicach $0,3k\Omega$, czyli 3%), a to ze względu na wykorzystywanie do obliczania rezystancji kilku zmiennych o różnych niepewnościach. Jednak dzięki długiej serii pomiarów udało się uzyskać dokładną wartość średnią rezystancji: $R = 9,87 \pm 0,01k\Omega$.

5 Bibliografia

Do sporządzenia niniejszego raportu wykorzystane zostały wiadomości z następujących prac:

- John R. Tylor, *Wstęp do analizy błędów pomiarowych*, Warszawa 1995
- Roman Nowak, *Statystyka dla fizyków*, Warszawa 2002

oraz własnych notatek z wykładu prof. A. Majhofera.

6 Załącznik 1

7 Załącznik 2