

# Laboratorium 3

## Filtr rezonansowy szeregowy, układy drgające

Marcin Polkowski (251328)

29 marca 2007 r.

### Spis treści

<b>1</b>	<b>Cel ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Techniczny i matematyczny aspekt ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Pomiary - układ RLC</b>	<b>3</b>
3.1	Pomiary z jednym kondensatorem: $C=1nF$ . . . . .	3
3.1.1	Charakterystyka amplitudowa . . . . .	3
3.1.2	Charakterystyka fazowa . . . . .	5
3.2	Pomiary z dwoma kondensatorami: $C=2nF$ . . . . .	6
3.2.1	Charakterystyka amplitudowa . . . . .	6
3.2.2	Charakterystyka fazowa . . . . .	7
3.3	Układ drgający . . . . .	8
3.3.1	Drgania układu: $C=1nF$ . . . . .	8
3.3.2	Drgania układu: $C=2nF$ . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Załącznik 1</b>	<b>12</b>
5.1	Pomiary układu RLC: $C=1nF$ . . . . .	12
5.2	Pomiary układu RLC: $C=2nF$ . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Załącznik 2</b>	<b>14</b>

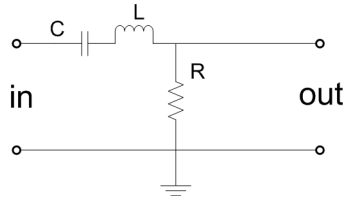
# 1 Cel ćwiczenia

Celem wykonanego ćwiczenia było zapoznanie się z charakterystykami amplitudowymi i fazowymi obwodu RLC.

# 2 Techniczny i matematyczny aspekt ćwiczenia

W celu zapoznania się z charakterystykami amplitudowymi i fazowymi filtra rezonansowego RLC został wykonany układ (filtr) którego schemat jest widoczny na rysunku 1.

Na wejście układu został wprowadzony sygnał sinusoidalny z generatora funkcji o różnych częstotliwościach z zakresu od



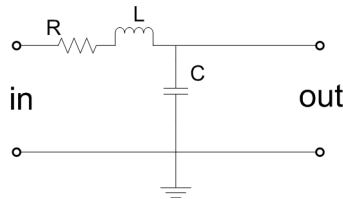
Rysunek 1: Schemat 1

100Hz do 1MHz. Przebieg sygnału wyjściowego był mierzony za pomocą dwukanałowego, cyfrowego oscyloskopu (Tektronix TDS1002). Na jednym kanale oscyloskopu mierzone były parametry sygnału wyjściowego, a na drugim parametry sygnału wejściowego. Taki układ pomiarowy pozwalał na badanie zmian sygnału powodowanych przez obecność układu RLC. Dla każdej częstotliwości wejściowej mierzone były następujące parametry pozwalające wyznaczyć charakterystykę amplitudową ( $\frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)}$ ) i fazową ( $\Delta\varphi(\omega)$ ):

- $U_{we}$  → amplituda napięcia sygnału wejściowego
- $U_{wy}$  → amplituda napięcia sygnału wyjściowego
- $\Delta\varphi$  → przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałami

Kolejnym krokiem w doświadczeniu było przebudowanie układu polegające na zamianie opornika z kondensatorem. W wyniku takiej zmiany powstał układ jak na rysunku 2.

Zbudowany układ posłużył do wyznaczenia częstotliwości drgań pojedynczego ciągu oscylacji. W tej części doświad-



Rysunek 2: Schemat 2

czenia na wejście układu wprowadzony został sygnał prostokątny z generatora funkcyjnego. Obserwowane były częstotliwości drgań w sygnale wyjściowym.

Wartość częstości kołowej  $\omega$  została wyliczona ze wzoru:

$$\omega = 2\pi f, \tag{1}$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością sygnału zmierzoną za pomocą oscyloskopu.

Wartość kąta  $\theta$  przesunięcia fazowego została wyznaczona ze wzoru:

$$\theta = 2\pi ft, \tag{2}$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością sygnału zmierzoną za pomocą oscyloskopu, a  $t$  różnicą fazy w sekundach.

### 3 Pomiary - układ RLC

Załącznik numer 1 zawiera listę pomiarów z obliczonymi wszystkimi wartościami potrzebnymi w dalszej części raportu. Załącznik numer 2 do niniejszej pracy zawiera oryginalną listę pomiarów utworzoną podczas trwania laboratorium.

Niepewności pomiarów amplitud  $U_{we}$ ,  $U_{wy}$  oraz przesunięcia fazowego  $\Delta\varphi$  zostały wyznaczone zgodnie z regułami zawartymi w karcie błędów pomiarów oscyloskopem serii TDS 1000 Tektronix<sup>1</sup>.

Niepewności wartości zależnych od parametrów obciążonych niepewnością pomiaru zostały wyznaczone zgodnie z zasadą propagacji małych błędów<sup>2</sup>

#### 3.1 Pomiary z jednym kondensatorem: C=1nF

##### 3.1.1 Charakterystyka amplitudowa

Mierzono charakterystykę amplitudową układu RLC (schemat 1) mierząc amplitudy sygnału wejściowego i wyjściowego dla 17 wartości częstości kołowej (rysunek 3).

Stosunek amplitud (transmitancja układu) wynosi:

$$\frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (3)$$

Do wykonania układu całkującego wykorzystaliśmy elementy RC o znanych parametrach (pozbawionych niepewności):

$$R = 510\Omega \quad (4)$$

$$C = 1 \text{ nF} \quad (5)$$

$$L = 1 \text{ mH} \quad (6)$$

Po podstawieniu wartości (4), (5) oraz (8) do wzoru (3) otrzymujemy funkcję charakterystyki amplitudowej od częstości kołowej  $\omega$ . Nanosząc tę funkcję na wykres zmierzonej charakterystyki amplitudowej sprawdzamy czy wartości oczekiwane są zgodne z uzyskanymi w doświadczeniu (rysunek 3).

Na podstawie wykresu (rysunek 3) można stwierdzić, że wyniki otrzymane w doświadczeniu są zgodne z oczekiwaniami obliczonymi na podstawie wzorów teoretycznych.

Częstotliwość rezonansowa  $\nu_0$  układu wynosi około 160kHz. Znając pojemność kondensatora i częstotliwość  $\nu_0$  możemy na postawie wzoru

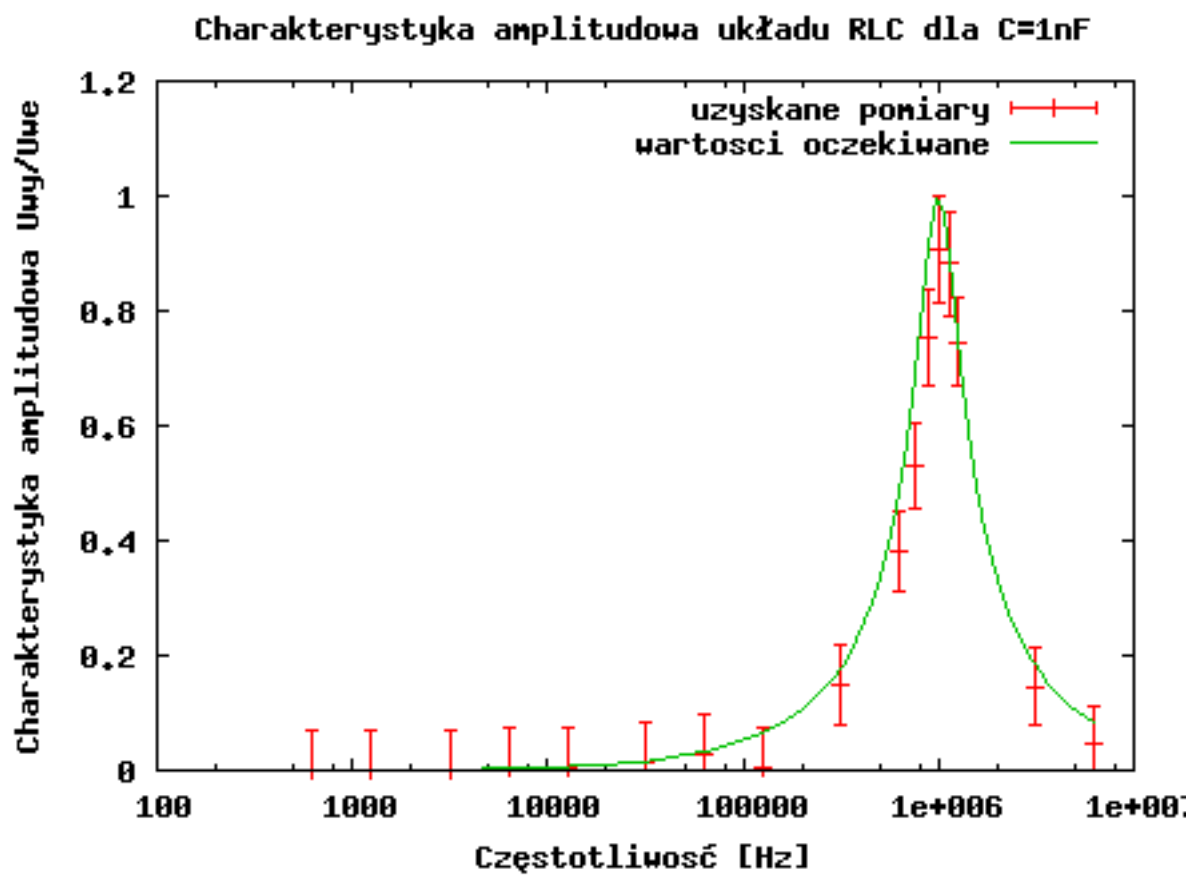
$$2\nu_0\pi = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7)$$

potwierdzić, że indukcyjność cewki wynosi 1mH.

---

<sup>1</sup>K. Sułowski, luty 2004

<sup>2</sup>John R. Tylor, *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, strona 87



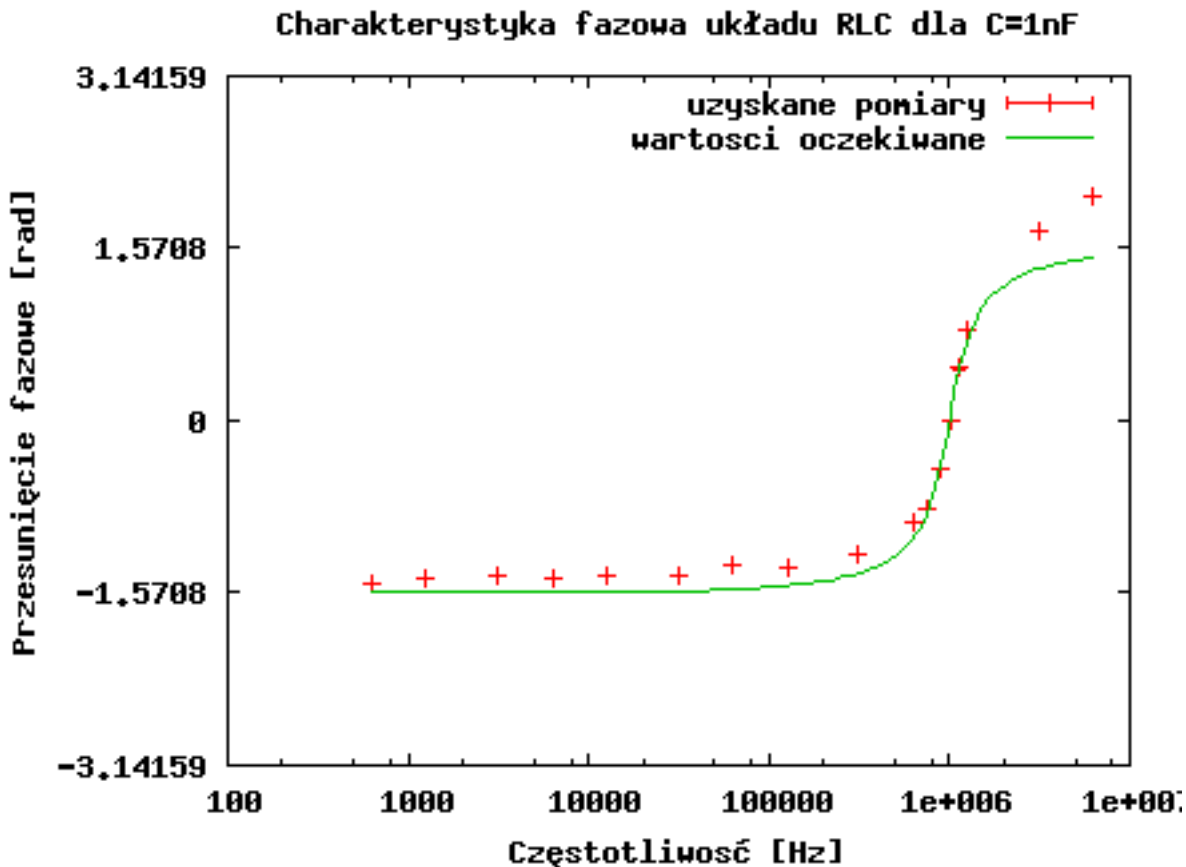
Rysunek 3: Pomiary i wartości oczekiwane charakterystyki amplitudowej układu RLC dla C=1nF

### 3.1.2 Charakterystyka fazowa

Zmierzone charakterystykę fazową układu RLC (schemat 1) mierząc przesunięcie fazowe  $\Delta\varphi(\omega)$  pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym dla 17 wartości częstości kołowej. Otrzymane pomiary zostały przedstawione na wykresie (rysunek 4). Wiemy, że oczekiwana wartość przesunięcia fazowego w układzie RC wynosi w zależności od częstości kołowej:

$$\Delta\varphi(\omega) = \arctan \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC} \quad (8)$$

Krzywa obrazująca oczekiwane wartości przesunięcia fazowego została naniesiona na wykres (rysunek 4).



Rysunek 4: Pomiary i wartości oczekiwane charakterystyki fazowej układu RLC dla C=1nF

### 3.2 Pomiary z dwoma kondensatorami: C=2nF

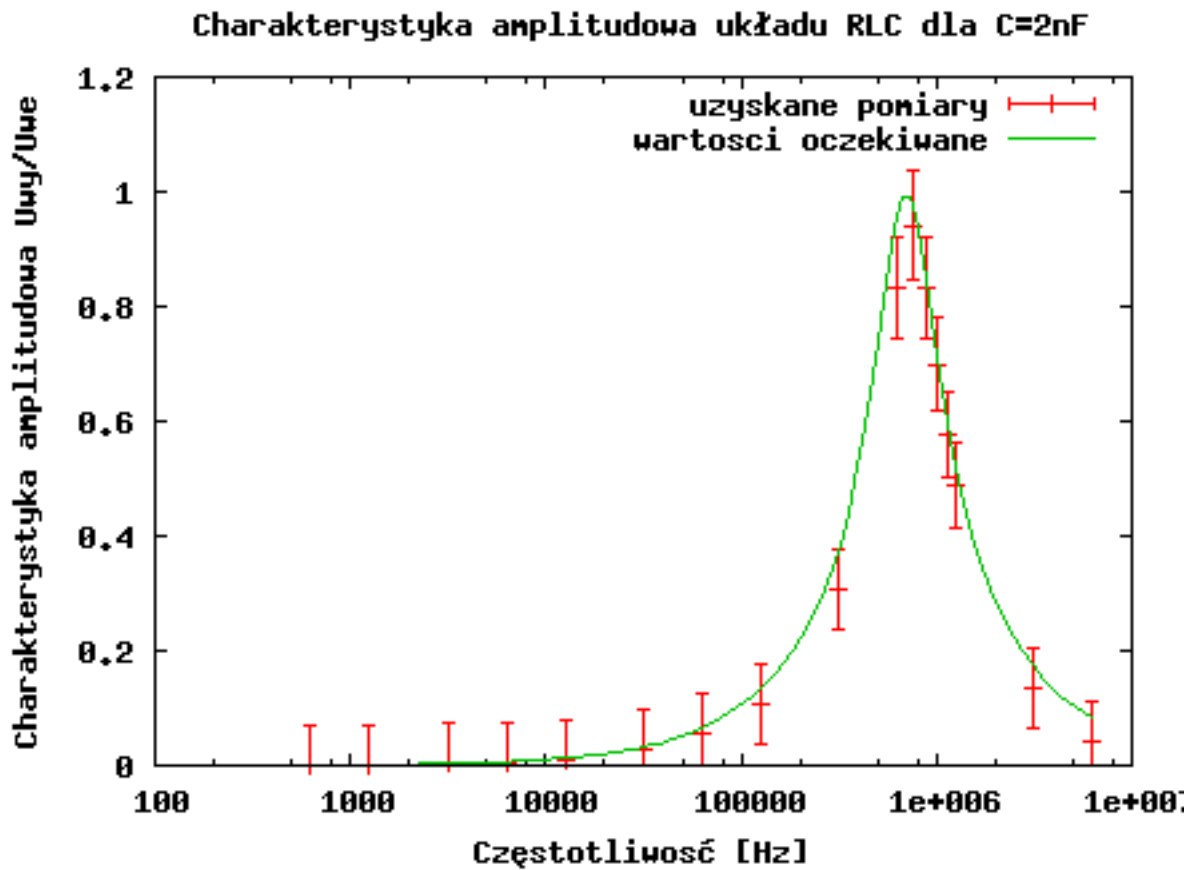
W układzie zmieniona została pojemność kondensatora poprzez równoległe dołączenie identycznego kondensatora. Otrzymano w ten sposób pojemność 2nF.

#### 3.2.1 Charakterystyka amplitudowa

Na wykresie (rysunek 5) widoczna jest charakterystyka amplitudowa układu RLC z kondensatorem o pojemności 2nF. Wraz ze zmianą pojemności kondensatora zmieniła się częstotliwość  $\nu_0$ , która wynosi teraz

$$2\nu_0\pi = \frac{1}{\sqrt{2LC}} \quad (9)$$

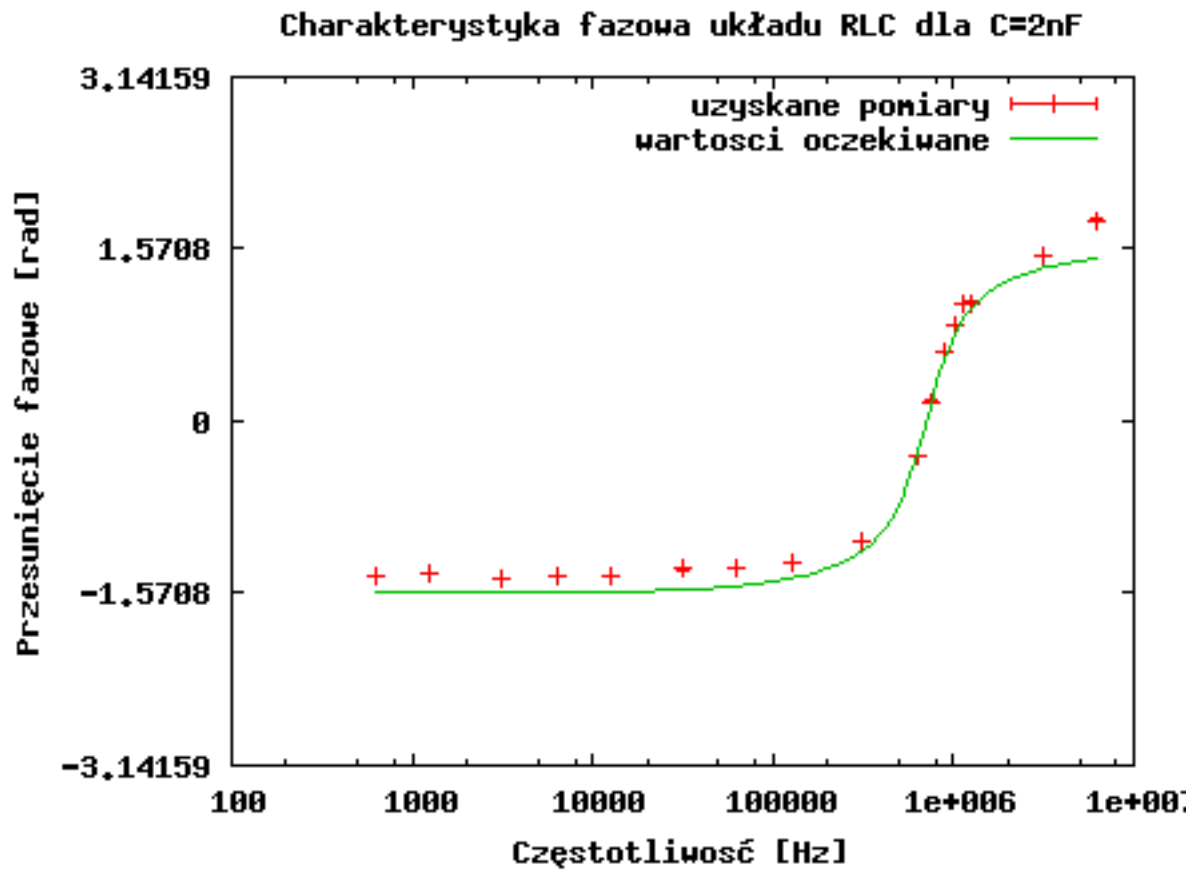
, czyli zmieniła się  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  w stosunku do częstotliwości dla kondensatora o pojemności 1nF.



Rysunek 5: Pomiary i wartości oczekiwane charakterystyki amplitudowej układu RLC dla C=2nF

### 3.2.2 Charakterystyka fazowa

Wykres (rysunek 6) przedstawia charakterystykę fazową układu RLC dla kondensatora o podwojonej pojemności (2nF).



Rysunek 6: Pomiary i wartości oczekiwane charakterystyki fazowej układu RLC dla C=2nF

### 3.3 Układ drgający

Układ został przebudowany zgodnie ze schematem 2. W układzie tym zostały zaobserwowane drgania pojedynczego ciągu oscylacji powstające po wysłaniu na wejście układu sygnału prostokątnego o częstotliwości 1kHz i maksymalnej amplitudzie.

Drgania zostały zbadane dla dwóch pojemności kondensatora: 1nF i 2nF.

#### 3.3.1 Drgania układu: C=1nF

Zmierzono 6 charakterystycznych punktów drgań wygasających.

Okres drgań wynosił  $T = 6,56\mu s$ . Częstotliwość obliczona ze wzoru

$$v = \frac{1}{T} \quad (10)$$

wyniosła około 152kHz.

Wartości napięć w punktach minimum i maksimum wygasającego przebiegu zostały zebrane w tabeli (1). Wiemy, że

Tablica 1: Pomiary rezonansu dla C=1nF

id	typ	napięcie [V]
1	max	1,86
2	min	-0,74
3	max	0,38
4	min	-0,12
5	max	0,06
6	min	-0,02

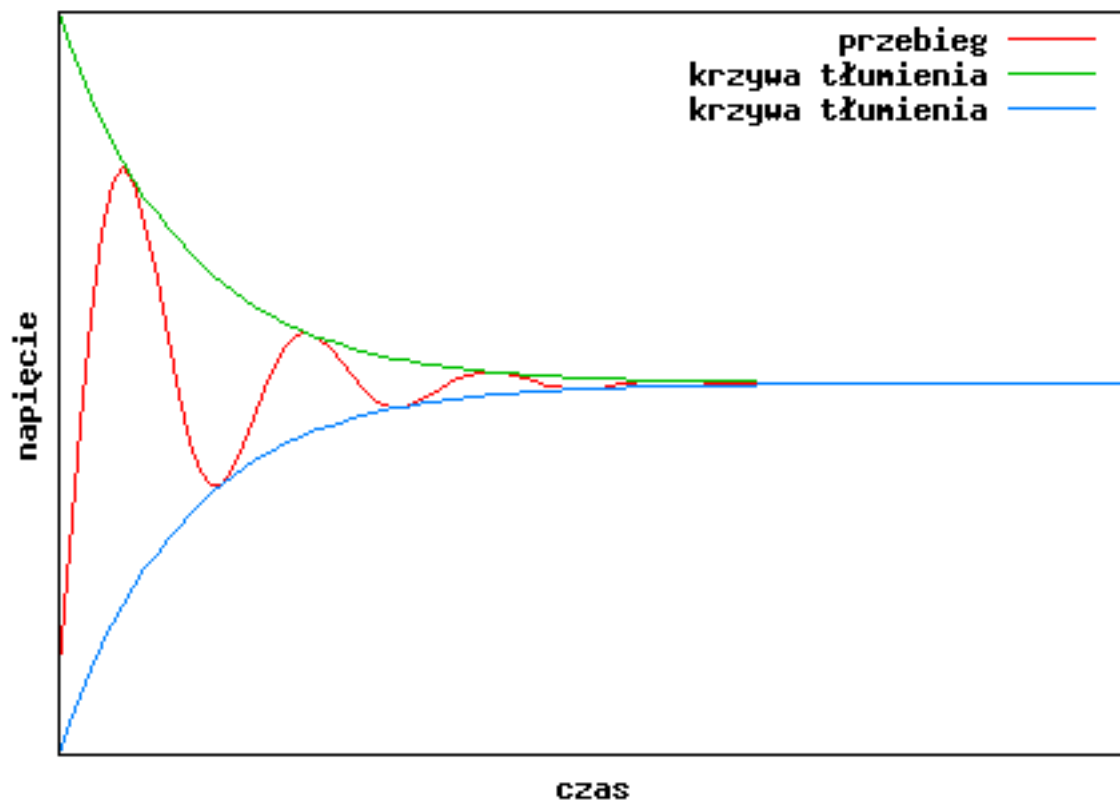
przebieg drgań wygasających można wyrazić wzorem:

$$g(x) = U_0 e^{-at} \cos \omega t \quad (11)$$

Przebieg drgań oraz krzywa tłumienia zostały dopasowane do otrzymanych pomiarów i przedstawione na wykresie (rysunek 7)



### drgania rezonansowe dla $C=1nF$



Rysunek 7: drgania rezonansowe układu RLC dla  $C=1nF$

### 3.3.2 Drgania układu: C=2nF

Zmierzono 4 charakterystyczne punkty drgań wygasających.  
Okres drgań wynosił  $T = 9,6\mu s$ . Częstotliwość obliczona ze wzoru

$$v = \frac{1}{T} \quad (12)$$

wyniosła około 104kHz.

Wartości napięć w punktach minimum i maksimum wygasającego przebiegu zostały zebrane w tabeli (2). Wiemy, że

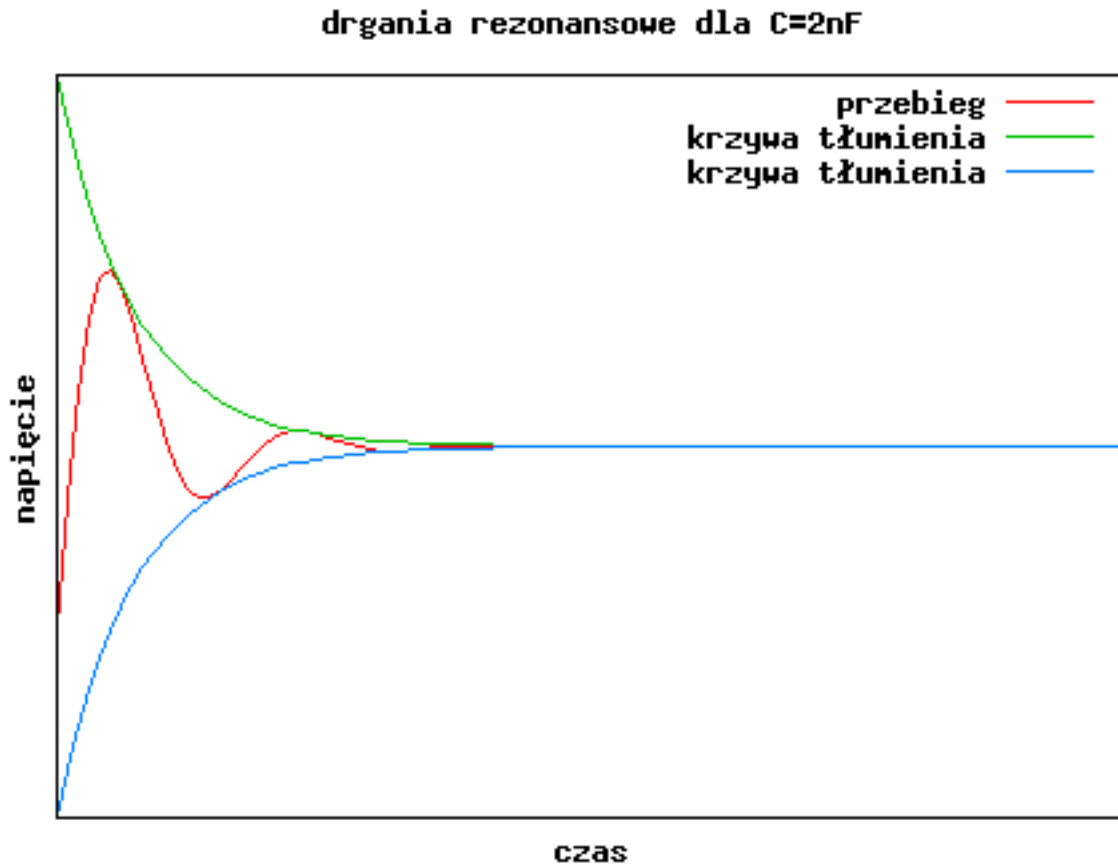
Tablica 2: Pomiary rezonansu dla C=2nF

id	typ	napięcie [V]
1	max	1,28
2	min	-0,44
3	max	0,08
4	min	-0,08

przebieg drgań wygasających można wyrazić wzorem:

$$g(x) = U_0 e^{-at} \cos \omega t \quad (13)$$

Przebieg drgań oraz krzywa tłumienia zostały dopasowane do otrzymanych pomiarów i przedstawione na wykresie (rysunek 8)



Rysunek 8: drgania rezonansowe układu RLC dla C=2nF

## 4 Bibliografia

Do sporządzenia niniejszego raportu wykorzystane zostały wiadomości z następujących prac:

- John R. Tylor, *Wstęp do analizy błędu pomiarowego*, Warszawa 1995
- Roman Nowak, *Statystyka dla fizyków*, Warszawa 2002

oraz własnych notatek z wykładu prof. A. Majhofera.

## 5 Załącznik 1

### 5.1 Pomiary układu RLC: C=1nF

Tablica 3: Tabela pomiarów układu RLC dla C=1nF

Częstotliwość $\nu$ Hz	Częstota kołowa $\omega$ Hz	$U_{we}(\omega)$ V	$U_{wy}(\omega)$ V	$\alpha = \frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)}$	$\sigma_\alpha$	przesunięcie fazowe $\varphi(\omega)$ s	$\sigma_\varphi$ s	Przesunięcie fazowe $\theta$ rad	$\sigma_\theta$ rad
100	628,3185	5,1600	0,0016	0,0003	0,0696	-0,00236000	0,0000039980	-1,4828	0,0025
200	1256,6371	5,1600	0,0030	0,0006	0,0696	-0,00114000	0,0000019993	-1,4326	0,0025
500	3141,5927	5,1600	0,0074	0,0014	0,0696	-0,00045200	0,0000039999	-1,4200	0,0013
1000	6283,1853	5,1600	0,0148	0,0029	0,0696	-0,00022800	0,000004002	-1,4326	0,0025
2000	12566,3706	5,1200	0,0280	0,0055	0,0697	-0,00011300	0,000001003	-1,4200	0,0013
5000	31415,9265	5,1200	0,0720	0,0141	0,0697	-0,00004480	0,000000404	-1,4074	0,0013
10000	62831,8531	5,1200	0,1440	0,0281	0,0697	-0,00002080	0,000000404	-1,3069	0,0025
20000	125663,7061	5,1200	0,0280	0,0055	0,0697	-0,00001060	0,000000204	-1,3320	0,0026
50000	314159,2654	5,0800	0,7600	0,1496	0,0699	-0,00000390	0,000000104	-1,2252	0,0033
100000	628318,5307	5,0800	1,9400	0,3819	0,0708	-0,00000148	0,000000044	-0,9299	0,0028
120000	753982,2369	5,0000	2,6400	0,5280	0,0744	-0,00000106	0,000000024	-0,7992	0,0018
140000	879645,9430	4,8400	3,6400	0,7521	0,0834	-0,00000050	0,000000024	-0,4398	0,0021
160000	1005309,6491	4,7600	4,3200	0,9076	0,0934	0,00000000	0,000000005	0,0000	0,0005
180000	1130973,3553	4,7600	4,2000	0,8824	0,0916	0,00000042	0,000000008	0,4750	0,0009
200000	1256637,0614	4,8000	3,5800	0,7458	0,0763	0,00000066	0,000000024	0,8294	0,0030
500000	3141592,6536	5,3200	0,7760	0,1459	0,0690	0,00000055	0,000000014	1,7279	0,0044
1000000	6283185,3072	5,5200	0,2440	0,0442	0,0683	0,00000033	0,000000006	2,0483	0,0038

## 5.2 Pomiary układu RLC: C=2nF

Tablica 4: Tabela pomiarów układu RLC dla C=2nF

Częstotliwość $\nu$ Hz	Częstota kołowa $\omega$ Hz	$U_{we}(\omega)$ V	$U_{wy}(\omega)$ V	$\alpha = \frac{U_{wy}(\omega)}{U_{we}(\omega)}$	$\sigma_\alpha$	przesunięcie fazowe $\varphi(\omega)$ s	$\sigma_\varphi$ s	Przesunięcie fazowe $\theta$ rad	$\sigma_\theta$ rad
100	628,3185	5,1600	0,0029	0,0006	0,0696	-0,0022400000	0,0000037764	-1,4074	0,0024
200	1256,6371	5,1600	0,0058	0,0011	0,0696	-0,0011000000	0,0000018904	-1,3823	0,0024
500	3141,5927	5,1600	0,0141	0,0027	0,0696	-0,0004600000	0,0000009544	-1,4451	0,0030
1000	6283,1853	5,1600	0,0278	0,0054	0,0696	-0,0002240000	0,0000003780	-1,4074	0,0024
2000	12566,3706	5,1200	0,0544	0,0106	0,0697	-0,0001120000	0,0000001892	-1,4074	0,0024
5000	31415,9265	5,1200	0,1390	0,0271	0,0697	-0,0000430000	0,0000000961	-1,3509	0,0030
10000	62831,8531	5,1200	0,2760	0,0539	0,0697	-0,0000212000	0,0000000383	-1,3320	0,0024
20000	125663,7061	5,1200	0,5440	0,1063	0,0697	-0,0000102000	0,0000000094	-1,2818	0,0012
50000	314159,2654	5,0400	1,5400	0,3056	0,0705	-0,0000035200	0,0000000040	-1,1058	0,0013
100000	628318,5307	4,8000	4,0000	0,8333	0,0882	-0,0000005000	0,0000000024	-0,3142	0,0015
120000	753982,2369	4,7200	4,4400	0,9407	0,0961	0,0000002400	0,0000000024	0,1810	0,0018
140000	879645,9430	4,8000	4,0000	0,8333	0,0882	0,0000007200	0,0000000025	0,6333	0,0022
160000	1005309,6491	4,9200	3,4400	0,6992	0,0805	0,0000008800	0,0000000025	0,8847	0,0025
180000	1130973,3553	5,0000	2,8800	0,5760	0,0757	0,0000009400	0,0000000025	1,0631	0,0028
200000	1256637,0614	5,0000	2,4400	0,4880	0,0735	0,0000008600	0,0000000025	1,0807	0,0031
500000	3141592,6536	5,3600	0,7240	0,0014	0,0688	0,0000004800	0,0000000014	1,5080	0,0045
1000000	6283185,3072	5,4800	0,2400	0,0438	0,0684	0,0000002920	0,0000000008	1,8347	0,0052

## 6 Załącznik 2